1 Aufgabe

Studentverteilung mit einem Freiheitsgrad:

$$
\begin{aligned}
f(x) &= \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2}) \cdot \sqrt{n \cdot \pi}} \cdot \frac{1}{(1 + \frac{x^2}{n})^{\frac{n+1}{2}}} \\
f(x) &= \frac{\Gamma(1)}{\Gamma(\frac{1}{2}) \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{(1 + x^2)} \\
&= \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{(1 + x^2)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F(t) &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{t} \frac{1}{(1+x)^2} \mathrm{d}x \\
&= \frac{1}{\pi} \cdot \mathrm{arctan(t)} + \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

Inversionsverfahren:

$$
\begin{aligned}
X &= \frac{1}{\pi} \cdot arctan(t) + \frac{1}{2} \\
\pi \cdot (X - \frac{1}{2}) &= arctan(t) \\
tan(\pi \cdot (X - \frac{1}{2})) &= t \\
t &= tan(\pi \cdot (X - \frac{1}{2}))
\end{aligned}
$$

Normalverteilt	t-Verteilt
0.65652	0.53560
0.76571	1.10392
0.68686	0.66527
0.08462	-3.67260
0.12896	-2.33173
0.36576	-0.44864

2 Aufgabe

Rückweisungsmethode:

$$\begin{aligned}
g(y) &= 30y^2(1-y)^2 \\
\\
g'(y) &= 60y(1-y)^2 - 60y^2(1-y) \\
&= 60y - 180y^2 + 120y^3 \\
&= 2y^3 - 3y^2 + y \\
&= y(2y^2 - 3y + 1) \\
\\
&\Rightarrow x_1 = 0 \\
&\Rightarrow x_2 = 1 \\
&\Rightarrow x_3 = \frac{1}{2} \\
\\
g''(y) &= 6y^2 - 6y + 1 \\
g''(1) &= 1 \\
g''(0) &= 1 \\
g''(\frac{1}{2}) &= -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \text{lokales Maximum} \\
g(\frac{1}{2}) &= c = 1.875 \\
\\
Z_1 &= X_1 \\
Z_2 &= 1.875 \cdot X_2
\end{aligned}$$

X_1	X_2	Z_1	Z_2	$g(Z_1)$	Y
0.96106	0.68764	0.96106	1.289325	0.0420159	-
0.37995	0.81604	0.37995	1.530075	1.6650511	0.37995
0.33628	0.17364	0.33628	0.325575	1.4944904	0.33628
0.01409	0.87803	0.01409	1.646306	0.0057891	-
0.28104	0.26432	0.28104	0.4956	1.2248051	0.28104
0.17323	0.84728	0.17323	1.58865	0.6153708	-
0.65641	0.33433	0.65641	0.6268687	1.5259934	0.65641

3 Aufgabe

Direkte Methode:

$Z_1 = (-2 \cdot ln \cdot X_1)^{\frac{1}{2}} \cdot cos(2\pi X_2)$
$Z_2 = (-2 \cdot ln \cdot X_1)^{\frac{1}{2}} \cdot sin(2\pi X_2)$

Normalverteilung mit $\mu = 60$ und $\sigma = 3$

$Y_1 = 3Z_1 + 60$
$Y_2 = 3Z_2 + 60$

X_1	X_2	Z_1	Z_2	$Y_1 = 3Z_1 + 60$	$Y_2 = 3Z_2 + 60$
0.26128	0.47648	-1.6205	0.2412	55.1385	60.7236
0.87331	0.82442	0.2346	-0.4646	60.7038	58.6062
0.60713	0.49488	-0.9984	0.032	57.0048	60.096
0.28104	0.26432	-0.1431	1.5868	59.5707	64.7604
0.83640	0.17323	0.2772	0.5295	60.8316	61.5885
0.49557	0.15943	0.6385	0.9982	61.9155	62.9946

4 Aufgabe

Erlang Verteilung für k=2:

$$f_1(x_1) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-2\lambda} \cdot x_1, & \text{für } x_1 \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Exponential Verteilung:

$$f_2(x_2) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda x_2}, & \text{für } x_2 \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Faltung der Dichten:

$$Y = X_1 + X_2$$

$$\begin{aligned} g(y) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_2(x_2) \cdot f_1(y - x_2)\mathrm{d}x_2 \\ &= \int_{-\infty}^{y} f_2(x_2) \cdot f_1(y - x_2)\mathrm{d}x_2 + \int_{y}^{\infty} f_2(x_2) \cdot f_1(y - x_2)\mathrm{d}x_2 \\ &= \int_{0}^{y} f_2(x_2) \cdot f_1(y - x_2)\mathrm{d}x_2 \\ &= \int_{0}^{y} \lambda^3 \cdot e^{-\lambda x_2} \cdot x_2 \cdot e^{-\lambda y + \lambda x_2}\mathrm{d}x_2 \\ &= \lambda^3 \cdot e^{-\lambda y} \int_{0}^{y} x_2 \quad \mathrm{d}x_2 \\ &= \lambda^3 \cdot e^{-\lambda y} \cdot \left[\frac{1}{2}x_2^2\right]_0^y \\ &= \frac{1}{2} \cdot \lambda^3 \cdot e^{-\lambda y} \cdot y^2 \end{aligned}$$

Dichtefunktion g(y) mit $\lambda = 10^{-4}h^{-1}$

$$g(y) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot 10^{-12}h^{-1} \cdot e^{-10^{-12}y} \cdot y^2, & \text{für } y \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

5 Aufgabe

Normalverteilte Gesamtheit mit $\mu = 60$ *und* $\sigma = 2$ *aus einer Gesamtheit von n=12*

a.)

$$\begin{aligned} V(X_i) &= \sigma^2 \\ &= 4 \end{aligned} \quad (1)$$

b.) $\bar{X}$ hat eine Normalverteilung mit $\mu_{\bar{X}} = \mu = 60$ und $\sigma = \frac{2}{\sqrt{12}}$
c.) Y hat eine χ^2 -Verteilung mit (n-1)-Freiheitsgraden
d.) Y hat eine χ^2 -Verteilung mit n-Freiheitsgraden